

Studi Density, Spektrum Energi Nukleon dari Isotop Ca, dan Isoton N=20 dengan Model Relativistic Mean Field (RMF)

Puguh Wiyono

Jurusan Teknik K ompuier, Politeknik Pmtama Mulia Surakarta

puguhwyn@gmail.com

ABSTRACT

The property of even-even Ca isotope, and $N = 20$ isoione are studied within the Relativistic Mean Field theory (RMF). To describe nucleons behaviour, in this model, the field intemctions between mesons and nucleons ere used. The proton density (ρ_p), neutron density (ρ_n), binding energies (E_b), two neutron or proton separation energies (S_{2n}/S_{2p}), potential central (V_e), surfacethickness (t_e) are calculated, respectively. In this paper, we will discuss mainly the density, and the binding energy level of protons/ neutrons in the Isotope Ca-20 and Isototi $N = 20$

Keywords : isotop, isoton, RMF.

I. PENDAHULUAN

Dewasa ini, tingkah laku dari isotop kalsium (Ca) dan isoton N=20 banyak menarik perhatian Fisikawan nuklir. Hal ini dikarenakan kemajuan pesat dari fasilitas-fasilitas eksperimen untuk menyelidiki partikel inti radioaktif yang tidak stabil, dimana data eksperimen un-tuk isotop kalsium makin banyak dan secara kualitas membaik. Kemajuan experimen ini membuka peluang penelitian struktur dari inti tidak hanya pada garis kesetabilan β , tetapi juga pada daerah-daerah jauh diluar garis kesetabilan β . Selain itu, informasi yang akurat dari tingkah laku inti atom di daerah luar garis ke-setabilan dapat memperdalam pengertian kita mengenai proses nuklir yang terjadi pada proses-proses seperti ledakan supernova dan struktur bintang netron, adapula suatu fenomena pada inti-inti yang jauh dari kesetabilan β (drip-dine) yang menarik untuk dipelajari seperti skin, dan halo.

Dengan adanya kenyataan tersebut penulis merasa terdorong untuk menyelidiki lebih lanjut tingkah laku dari isotop inti kalsium (Ca) dan isoton N=20 secara teoritis. Struktur inti untuk sembarang atom secara umum dapat dipelajari dengan menggu-nakan teori mekanika kuantum banyak benda, dimana interaksi antara dua nukleon (proton/netron) atau lebih adalah interaksi kuat. Salah satu model yang dapat digunakan untuk melukiskan struktur inti adalah model pertukaran meson relativistik. Pada model ini, interaksi antar nukleon-nukleon dilukiskan sebagai pertukaran dari beberapa meson. Medan-medan meson yang dominan, secara umum adalah meson σ dengan sifat yang atraktif dan meson ω dengan sifat yang repulsif.

Sedangkan kita tahu nukleon, merupakan partikel jenis Fermion, yaitu partikel dengan spin 1/2 yang memenuhi statistik Fermi-Dirac, karena fungsi gelombangnya anti simetrik.

Pada penelitian ini akan digunakan pendekatan medan rata-rata relativistik (RMF)

untuk melukiskan interaksi kuat antar nukleon. Dengan menggunakan model ini akan dihitung beberapa besaran dari inti atom meliputi: kerapatan massa proton/netron, tingkat-tingkat energi partikel proton, dan energi separasi dua proton/netron dari inti atom. Tampaknya data eksperimen dari besaran-besaran tersebut makin tersedia dalam waktu dekat secara lengkap dan cukup akurat, sehingga hasil perhitungan ini akan dapat segera dibandingkan dengan hasil eksperimen tersebut.

II. TINJAUAN PUSTAKA

Komponen penyusun inti atom adalah neutron dan proton (nukleon). Secara makroskopik, sifat-sifat dari partikel tunggal dari inti atom dapat ditentukan oleh harga rata-rata dari kontribusi setiap penyusunnya. Inti yang stabil memiliki jumlah proton dan neutron dengan keli-patan bilangan tertentu (magic number). Hal ini terkait apakah kulit-kulit dari inti atom tertutup atau tidak. Jenis inti tidak stabil berada diatas atau dibawah garis kestabilan β . Karena sulitnya efek banyak benda, sifat-sifat partikel tunggal dari inti yang meliputi besarnya kerapatan massa/muatan, tingkatan energi partikel tunggal, serta energi separasi dari inti atom, dalam perhitungannya membutuhkan penyederhanaan atau permodelan. Model yang digunakan pada penelitian ini adalah model RMF.

Pada bab ini, akan dibahas tentang formulasi model medan RMF untuk menghitung sifat-sifat partikel tunggal tersebut. Interaksi kuat dalam medan relativistik dilukiskan sebagai pertukaran meson antar nukleon dalam inti atom. Meson σ merupakan meson skalar-isoskalar yang bersifat atraktif, meson ω merupakan meson vektor-isoskalar yang bersifat repulsif, dan meson ρ merupakan meson isovektor-vektor yang bergantung pada efek isospin dari inti atom, serta photon γ melukiskan interaksi elektromagnet. Medan-medan ini dapat diklasifikasikan berdasarkan momentum angular internal, paritas dan isospin.

A. Formalisme

Model medan rata-rata relativistik (RMF) dilukiskan dalam bentuk kerapatan Lagrangian (\mathcal{L}). \mathcal{L} terdiri dari bagian nukleon, meson, dan interaksi antara nukleon dan meson. Atau secara eksplisit dapat ditulis sebagai,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_n + \mathcal{L}_m + \mathcal{L}_i \quad (1)$$

Dimana Lagrangian nukleonya adalah:

$$\mathcal{L}_n = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_n)\psi \quad (2)$$

Lagrangian mesonnya adalah :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m = & \frac{1}{2} (\partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - m_\sigma^2 \phi^2) - \frac{1}{2} (\partial^\nu V^\mu \partial_\mu V_\nu - m_\omega^2 V^\mu V_\mu) \\ & - \frac{1}{2} (\partial^\nu R^\mu \partial_\nu R_\mu - m_\rho^2 R^\mu R_\mu) \\ & - \frac{1}{2} \partial^\nu A^\mu \partial_\nu V_\mu \end{aligned} \quad (3)$$

dan Lagrangian interaksi antara nukleon dan meson adalah :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_i = & -g_\sigma \bar{\psi} \phi \psi - g_\omega \bar{\psi} V^\mu \partial_\mu \psi - \frac{1}{2} g_\rho R^\nu \bar{\psi} \tau_\nu \psi - \\ & e A^\mu \bar{\psi} \frac{1+\tau_0}{2} \gamma_\mu \psi - \frac{b_2}{3} \phi^3 - \frac{b_3}{4} \phi^4 - \frac{f_\omega}{4m_B} \partial^\nu V^\mu \bar{\psi} i\gamma_\mu \gamma_\nu \psi - \\ & \frac{f_\rho}{8m_B} \partial^\nu R^\mu \bar{\psi} i\gamma_\mu \gamma_\nu \psi \end{aligned} \quad (4)$$

Disini m_n adalah massa nukleon. ψ menyatakan operator medan nukleon, ϕ menyatakan harga ekspektasi medan meson skalar (μ), V^μ adalah harga ekspektasi medan meson vektor (ω). Besaran $m_n, m_\sigma, m_\omega, m_\rho$ menyatakan massa nukleon, massa medan meson skalar (σ), massa medan meson vektor (ω), massa medan meson vektor (ρ). Variabel g_σ, g_ω dan g_ρ masing-masing menyatakan konstanta kopling medan meson skalar (σ), konstanta kopling medan meson vektor (ω), dan konstanta kopling isovektor (ρ). Sedangkan $\gamma^\mu, f_\omega, f_\rho$ masing-masing merupakan matrik Dirac dan tensor kopling dari meson ω dan meson ρ .

Sebagai tambahan terdapat suku potensial skalar nonlinear yang dapat ditulis dalam bentuk polynomial sebagai berikut :

$$U = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \phi^2 + \frac{1}{3} b_2 \phi^3 + \frac{1}{4} b_3 \phi^4 \quad (5)$$

dimana b_2 dan b_3 merupakan konstanta kopling nonlinier. Persamaan (5) akan menjadi model limier, jika b_2 dan b_3 sama dengan nol.

Sedangkan bila b_2 dan b_3 tidak sama dengan nol, maka persamaan modelnya menjadi persamaan model nonlinear. Dalam mekanika kuantum, medan-medan tersebut harus dikuantisasi. Mekanisme kuantisasinya adalah sebagai berikut :

Didefinisikan operator kreasi dari nukleon sebagai,

$$\hat{\Psi}_\alpha = \sum \bar{\Psi}_\alpha b_\alpha^\dagger$$

Sedangkan operator annihilasi nukleon sebagai,

$$\bar{\Psi}_\alpha = \sum \Psi_\alpha b_\alpha$$

Dimana b_α merupakan operator annihilasi, sedangkan b_α^\dagger merupakan operator kreasi dari nukleon. Karena nukleon adalah Fermion, maka kedua operator memenuhi relasi antikomutasi sebagai berikut :

$$\{b_\alpha, b_\alpha^\dagger\} = b_\alpha b_\alpha^\dagger + b_\alpha^\dagger b_\alpha = \delta_{\alpha\alpha}$$

Dengan mengambil determinan Slater untuk melukiskan keadaan dasar dari A nukleon sebagai berikut :

$$|\Psi_\alpha\rangle = \prod_{i=1}^A b_\alpha^\dagger |0\rangle$$

maka normal ordering, besaran berikut dapat dihitung sebagai :

$$:\bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha := \sum_\alpha \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha b_\alpha^\dagger b_\alpha$$

sehingga dengan memakai :

$$\langle \Phi_0 | b_\alpha^\dagger b_\alpha | \Phi_0 \rangle = \delta_{\alpha\alpha}$$

maka akan diperoleh harga, ekspektasi $\bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha$ sebagai :

$$\langle \Phi_0 | \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha | \Phi_0 \rangle = \sum_\alpha \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha$$

Pada pendekatan medan rata-rata, operator dari medan tiap-tiap meson diganti dengan harga rata-ratanya saja, hal ini dikarenakan pada keadaan dasar, efek nonlokalitas dan korelasi cukup kecil, sehingga dapat diabaikan. Maka kerapatan Lagrangian setelah kuantisasi kedua menjadi :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_n) \Psi_\alpha + \frac{1}{2} (\partial^\mu \phi \partial_\mu m_\alpha^2 \phi^2) - \\ & \frac{1}{2} (\partial^\nu V^\mu \partial_\mu V_\nu - m_\omega^2 V^\mu V_\mu) - \frac{1}{2} (\partial^\nu R^\mu \partial_\nu R_\mu - m_\rho^2 R^\mu R_\mu) - \\ & \frac{1}{2} \partial^\nu A^\mu \partial_\nu V_\mu - \sum_\alpha^A (g_\sigma \bar{\Psi} \phi \Psi + g_\omega \bar{\Psi} V^\mu \partial_\mu \Psi + \\ & \frac{1}{2} g_\rho R^\nu \bar{\Psi} \tau_\nu \Psi + eA^\mu \bar{\Psi} \frac{1+\tau_0}{2} \gamma_\mu \Psi + \frac{b_2}{3} \phi^3 + \frac{b_3}{4} \phi^4 + \\ & \frac{f_\omega}{4m_B} \partial^\nu V^\mu \bar{\Psi} i\gamma_\mu \gamma_\nu \Psi + \\ & \frac{f_\rho}{8m_B} \partial^\nu R^\mu \bar{\Psi} i\gamma_\mu \gamma_\nu \Psi) \end{aligned} \quad (6)$$

Dari kerapatan Lagrangian diatas dapat diturunkan persamaan gerak dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange, dimana untuk fungsi gelombang nukleon persamaannya adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\Psi}} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial x_i} \right)} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\bar{\Psi}}} = 0 \quad (7)$$

Dengan memakai asumsi bahwa sistem dalam keadaan stasioner, dan sistem invarian terhadap paritas dan inversi waktu, sebagai :

$$\begin{aligned} i\partial_t \Psi_\alpha &= \epsilon_\alpha \Psi_\alpha, \\ \partial_t^2 \phi &= 0, \\ \partial_t^2 V_\mu &= 0, \end{aligned}$$

$V_i = 0$, dengan $i = 1, 2, 3, \dots$, demikian juga untuk $A_i = 0$, dan $R_i = 0$, maka persamaan (6) dapat disederhanakan menjadi :

$$\begin{aligned} (i\gamma_0 \partial_t + i\gamma \cdot \nabla - m_n - g_\sigma \phi - g_\omega V_0 \gamma_0 - \\ \frac{1}{2} g_\rho R_{00} \tau_0 \gamma_0 - eA_0 \frac{1+\tau_0}{2} \gamma_0 + \frac{f_\omega}{2m_B} \nabla V_0 \cdot i\alpha + \\ \frac{f_\rho}{4m_B} \nabla R_{00} \cdot i\alpha \tau_0) \Psi_\alpha \end{aligned} \quad (8)$$

Kemudian dengan mengalikan ruas kiri dan kanan persamaan diatas dengan γ_0 , maka diperoleh persamaan Dirac untuk medan nucleon sebagai :

$$\begin{aligned} \epsilon_\alpha \Psi_\alpha = & (-i\gamma \cdot \nabla + \gamma_0 m_n + g_\sigma \phi \gamma_0 \\ & + g_\omega V_0 + \frac{1}{2} g_\rho R_{00} \tau_0 + eA_0 \frac{1+\tau_0}{2} \\ & + eA_0 \frac{1+\tau_0}{2} + \frac{f_\omega}{2m_B} \nabla V_0 \cdot i\alpha \gamma_0 \\ & + \frac{f_\rho}{4m_B} \nabla R_0 \cdot \gamma_0 i\alpha \tau_0) \Psi_\alpha \end{aligned} \quad (9)$$

Sedangkan persamaan Euler-Lagrange untuk fungsi gelombang medan meson σ adalah :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = 0 \quad (10)$$

Sehingga diperoleh :

$$(-\Delta + m^2)\phi = g_\sigma(\sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha) + b_2\phi^2 + b_3\phi^3 \quad (11)$$

Dapat ditulis sebagai,

$$(-\Delta + m^2)\phi = g_\sigma \rho_s + b_2\phi^2 + b_3\phi^3 \quad (12)$$

Dimana kerapatan skalar dapat dinyatakan sebagai,

$$\rho_s = \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha$$

Persamaan Euler Lagrange medan meson vektor (ω) adalah :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V_o} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\frac{\partial V_o}{\partial x_i})} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{V}_o} = 0 \quad (13)$$

Pada keadaan stasioner dan mempertahankan invariansi terhadap paritas juga inversi terhadap waktu, maka dari persamaan Euler-Lagrange diperoleh:

$$-m_\omega^2 V_o - g_\omega \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \gamma_0 \Psi_\alpha - \vec{\nabla} \cdot \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \frac{f_\omega}{2m_B} i \alpha \Psi_\alpha + \Delta V_o = 0$$

$$(-\nabla + m_\omega^2)V_o = -g_\omega \rho_o + \frac{f_\omega}{2m_B} \rho_o^T \quad (14)$$

Persamaan (14) diperoleh kerapatan vector dan kerapatan tensor didefinisikan sebagai :

$$\rho_o = \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha i \vec{\alpha} \Psi_\alpha$$

$$\rho_o^T = \vec{\nabla} \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha i \gamma_0 \Psi_\alpha$$

Persamaan Euler Lagrange medan meson isovector (ρ) adalah :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R_{oo}} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\frac{\partial R_{oo}}{\partial x_i})} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{R}_{oo}} = 0 \quad (15)$$

Selanjutnya dengan cara yang sama diperoleh:

$$-m_\rho^2 R_{oo} - g_\rho \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \gamma_0 \tau_o \Psi_\alpha - \vec{\nabla} \cdot \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \frac{f_\rho}{2m_B} i \tau_o \alpha \Psi_\alpha + \Delta R_{oo} = 0$$

$$(-\nabla + m_\rho^2)R_{oo} = -g_\rho \rho_o + \frac{f_\rho}{2m_B} \rho_o^T \quad (16)$$

Kerapatan isovector dan kerapatan tensor didefinisikan sebagai :

$$\rho_{oo} = \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \gamma_0 \tau_o \Psi_\alpha$$

$$\rho_{oo}^T = \vec{\nabla} \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha i \alpha \tau_o \Psi_\alpha$$

Medan photon (A) mempunyai persamaan Euler Lagrange :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_o} - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\frac{\partial A_o}{\partial x_i})} - \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_o} = 0 \quad (17)$$

Medan photon juga invarian terhadap paritas dan inversi waktu, sehinga diperoleh :

$$-\Delta A_o = e \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \frac{1 + \tau_o}{2} \gamma_0 \Psi_\alpha$$

$$-\Delta A_o = e \rho_{p,0}$$

dimana kerapatan photonnya adalah :

$$\rho_{p,0} = \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha \frac{1 + \tau_o}{2} \gamma_0 \Psi_\alpha$$

Untuk menghitung kerapatan energi, pertama kali dihitung adalah nilai Hamiltoniannya.

Persamaan Hamiltonian RMF adalah :

$$\mathcal{H} = \sum_\alpha^A \Pi_{\psi_\alpha} \dot{\psi}_\alpha + \Pi_\phi \dot{\phi} - \mathcal{L}$$

$$\Pi_{\psi_\alpha} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}_\alpha}$$

$$= i \gamma_0 \partial_t \psi_\alpha$$

$$\Pi_\phi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = 0$$

Sehingga diperoleh kerapatan Hamiltoniannya adalah :

$$\mathcal{H} = \sum_\alpha^A \bar{\Psi}_\alpha (i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + i \gamma_0 m) \Psi_\alpha - g_\sigma \phi \bar{\Psi}_\alpha \Psi_\alpha$$

$$- g_\omega \bar{\Psi}_\alpha \gamma_0 \Psi_\alpha - \frac{1}{2} \bar{\Psi}_\alpha g_\rho R_{oo} \tau_o \Psi_\alpha$$

$$- \frac{1}{2} e A_o \bar{\Psi}_\alpha \gamma_0 (1 + \tau_o) \Psi_\alpha - \frac{1}{3} b_2 \phi^3 - \frac{1}{4} b_3 \phi^4$$

$$- \frac{f_\omega}{4m_B} V_o \vec{\nabla} \bar{\Psi}_\alpha i \vec{\alpha} \Psi_\alpha$$

$$+ \frac{f_\rho}{2m_B} R_{oo} \vec{\nabla} \cdot \bar{\Psi}_\alpha i \vec{\alpha} \tau_o \Psi_\alpha \quad (18)$$

Kerapatan energinya merupakan integrasi volume dari kerapatan Hamiltonian, hasilnya adalah :

$$EMF = \int \mathcal{H} d^3r$$

$$EMF = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} - \int d^3r \left[g_{\sigma} \phi \rho_s + \frac{1}{2} b_2 \phi^3 + \frac{1}{4} b_3 \phi^4 \right. \\ \left. + V_0 \left(g_{\omega} \rho_0 - \frac{f_{\omega}}{2m_B} \rho_0^T \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} R_{00} \left(g_{\rho} \rho_{00} - \frac{f_{\rho\rho}}{2m_B} \rho_{00}^T \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} A_{00} \rho_{p,0} \right] \quad (19)$$

Dari perumusan persamaan perhitungan energi dan fungsi gelombang Hamiltonian di atas dapat dihitung semua besaran-besaran fisis yang dibutuhkan. Besaran-besaran yang dibutuhkan adalah kerapatan massa dan muatan, energi separasi 2 proton/netron, spektrum partikel tunggal dll.

B. Parameter Set dari Model Inti

Telah diketahui dari bahasan sebelumnya bahwa model medan RMF memiliki beberapa konstanta kopling. Konstanta kopling tersebut ditentukan dengan memparameterisasi model terhadap data eksperimen. Besaran-besaran fisis yang digunakan untuk parameterisasi tersebut adalah energi ikat (E_B), jari-jari (R) dan ketebalan permukaan (τ) dari inti. Variasi model ditentukan dari parameter-parameter yang digunakan. Untuk model RMF, parameter liniernya adalah (m_{σ} , g_{σ} , g_{ω} , g_{ρ}), non liniernya adalah (m_{σ} , g_{σ} , g_{ω} , g_{ρ} , b_2 , b_3), dan bisa diperluas dengan tambahan parameter tensor (m_{σ} , g_{σ} , g_{ω} , g_{ρ} , b_2 , b_3 , f_{ω} , f_{ρ}).

Kita ketahui parameter meson disesuaikan dengan Lagrangian efektif. Dipilih parameter ini sedemikian sehingga model dapat melukiskan dalam keadaan dasar dengan semestinya. Secara sistematik parameter ditentukan dengan cara meminimalkan deviasi dari tiap observabel yang digunakan.

$$\chi = \sum_n \left[\frac{O_n^{\text{exp}} - O_n^{\text{teori}}}{\Delta O_n} \right]^2$$

Nilai χ mendekati satu menunjukkan parameter model sudah baik. Indeks n merujuk pada penjumlahan seluruh observabel (O_n) yang dipilih. Dalam analisis data eksperimen, ΔO_n merupakan kesalahan (error) statistik pada data.

Penelitian ini menggunakan parameter-parameter yang diperoleh dari hasil pencocokan untuk model RMF pada Tabel berikut ini.

Tabel 1 : Parameter set model RMF

Set	M	m_{σ}	m_{ω}	m_{ρ}	g_{σ}	g_{ω}
NL-Z2	938,9	493,2	780,0	763,0	10,13	12,91
NL-VT1	938,9	484,3	780,0	763,0	9,81	12,65

Set	g_{ρ}	b_2	b_3
NL-Z2	4,56	-13,76	-41,41
NL-VT1	4,63	-13,28	-38,00

Untuk parameter NL-VT1 terdapat kontanta tensor $f_{\rho} = -2.294$, dan $f_{\omega} = -0.137$.

Parameter-parameter set tersebut yang akan digunakan pada penelitian ini.

C. Besaran-Besaran yang Dihitung:

1) Kerapatan Proton Dan Neutron

Dengan menggunakan perhitungan numerik dengan model RMF diperoleh besarnya kerapatan proton dan neutron dari inti-inti atom sesuai dengan parameter yang digunakan, yaitu parameter NL-Z2 dan NL-VT1. Selanjutnya hasil perhitungan tersebut dianalisa. Secara eksperimental kerapatan proton dan neutron dapat di ekstrak dari faktor bentuk inti dari hamburan elektron dengan inti atom.

2) Tingkat Energi Isotop

Dari fungsi gelombang yang diperoleh bilangan kuantumnya dapat dituliskan dalam besaran spektroskopi sesuai orbital, spin, jumlah electron.

Pengisian tingkatan energi inti atom berdasarkan orbital pada subkulit baik proton maupun neutron mengikuti dimana energinya makin besar pada daerah orbital lebih dalam ke luar.

III. METODOLOGI

Diselidiki relasi antara besaran-besaran pada permukaan, "bulk", dan struktur kulit dari isotop Ca, dan isoton $N=20$ dengan menggunakan teori medan rata-rata relativistik (RMF). Kemudian

hasilnya dibandingkan dengan penyelidikan serupa berdasarkan model non-relativistik Skyrme Hartree-Fock (SHF).

Penelitian ini akan diselidiki sifat-sifat dari isotop Ca ($Z=20$) dengan menggunakan inti-inti $^{56}_{20}\text{Ca}$, $^{54}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{20}\text{Ca}$, $^{46}_{20}\text{Ca}$, dan $^{40}_{20}\text{Ca}$. Dan isoton ($N=20$) dengan menggunakan inti-inti $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{42}_{22}\text{Ti}$, $^{44}_{24}\text{V}$, $^{46}_{26}\text{Fe}$, $^{48}_{28}\text{X}$, $^{52}_{32}\text{X}$. Sedangkan pada perhitungan kami menggunakan parameter-parameter NL-Z2 dan NL-VT1, dimana parameter NL-Z2 adalah salah satu parameter model RMF standar, sedangkan NL-VT1 adalah parameter set berdasarkan model standar ditambah suku-suku tensor.

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada perhitungan-perhitungan dalam penelitian ini digunakan dua parameter set yang berbeda yaitu parameter NL-Z2 dan parameter NL-VT1. Parameter NL-Z2 tidak menggunakan suku-suku tensor, sedangkan parameter NL-VT1 menggunakan suku-suku tensor.

Dalam hal ini akan dibahas satu persatu mengenai hasil perhitungan kerapatan Isotop Ca dan Isoton $N=20$, selanjutnya dipelajari hubungan kerapatan nukleon di inti dengan tingkatan energi partikel tunggal.

A. Kerapatan Isotop Ca

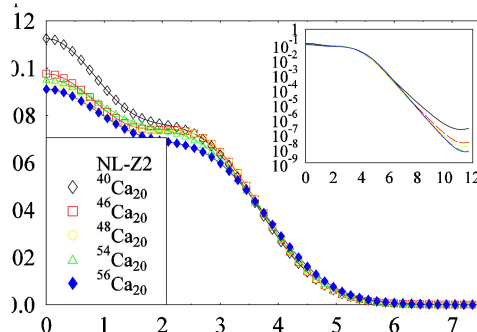
Pada gambar 1 dan gambar 2, masing-masing dihitung dengan menggunakan parameter NL-Z2 besarnya kerapatan proton (ρ_p), dan kerapatan neutron (ρ_n). Secara umum harga ρ_p dan ρ_n menjadi semakin kecil dengan bertambahnya jari-jari inti atom. Hal ini serupa ditemukan pada model non-relativistik Skyrme Hartree-Fock (SHF).

Kerapatan ρ_p dan ρ_n pada daerah di permukaan inti (eksterior) lebih detail diperlihatkan pada gambar 1(b) dan 2(b) dalam skala logaritmik, (lihat "insert" disebelah kanan gambar).

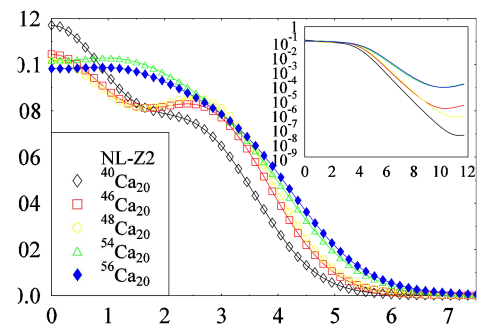
Pada daerah permukaan (eksterior) dengan bertambahnya neutron, kerapatan proton bertambah berturut-turut dari isotop dengan massa atom $^{56}_{20}\text{Ca}$, $^{54}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{20}\text{Ca}$, $^{46}_{20}\text{Ca}$, dan $^{40}_{20}\text{Ca}$. Sedangkan kerapatan neutron bertambah berturut-turut dari isotop $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{46}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{20}\text{Ca}$, $^{54}_{20}\text{Ca}$, dan $^{56}_{20}\text{Ca}$.

Pada gambar 3 dan gambar 4 kerapatan proton (ρ_p) dan kerapatan neutron (ρ_n) dihitung dengan parameter NL-VT1. Secara umum juga besarnya (ρ_p) dan (ρ_n) semakin kecil dengan bertambahnya jari-jari dari inti atom.

Dengan skala logaritmik pada "insert" disebelah kanan gambar 3(a) dan 4(b) tampak jelas pada daerah eksterior kerapatan proton bertambah berturut-turut dari isotop dengan nomor massa $^{56}_{20}\text{Ca}$, $^{54}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{20}\text{Ca}$, $^{46}_{20}\text{Ca}$, dan $^{40}_{20}\text{Ca}$. Sedangkan untuk kasus yang sama tetapi untuk neutron, memperlihatkan kerapatan neutron bertambah berturut-turut dari nomor massa $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{46}_{20}\text{Ca}$, $^{48}_{20}\text{Ca}$, $^{54}_{20}\text{Ca}$, dan $^{56}_{20}\text{Ca}$.



Gambar 1. Kerapatan proton Isotop Ca-20 dengan parameter NL-Z2

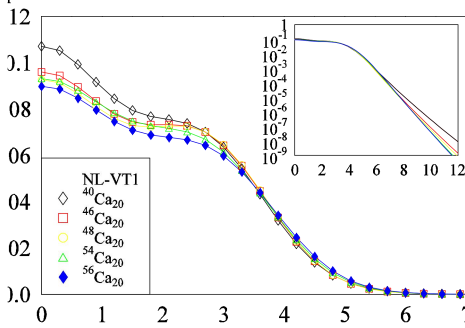


Gambar 2. Kerapatan Neutron Isotop Ca-20 dengan parameter NL-Z2

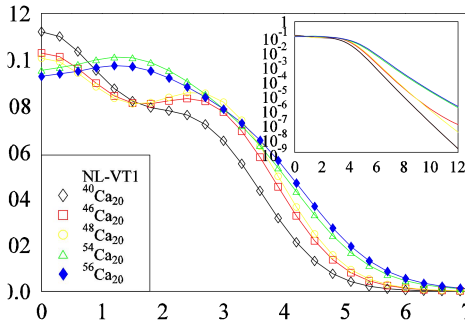
B. Kerapatan Isoton Ca N=20

Isoton adalah inti dengan penambahan jumlah proton, dan jumlah neutron tetap. Dari gambar 5, 6 ditunjukkan masing-masing kerapatan proton, dan neutron untuk parameter NL-Z2, dan gambar 7, dan 8 untuk parameter NL-VT1.

Dari gambar tersebut baik dengan parameter NL-Z2 maupun NL-VT1 dapat disimpulkan, bahwa di daerah interior dengan penambahan proton, maka kerapatan proton semakin berkurang, hal ini dikarenakan distribusi proton menjadi lebih banyak sehingga gaya potensial atraktif menjadi lemah.



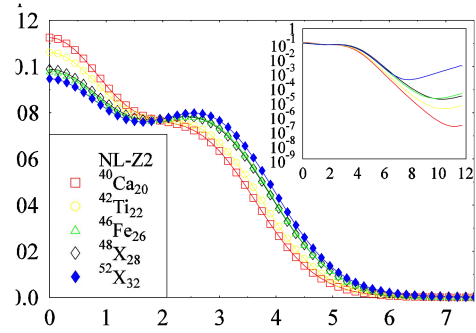
Gambar 3. Kerapatan proton Isotop Ca-20 dengan parameter NL-VT1



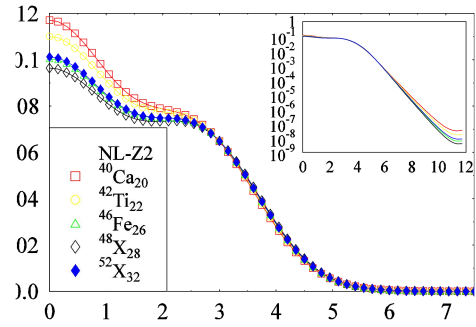
Gambar 4. Kerapatan Neutronn Isotop Ca-20 dengan parameter NL-VT1

Demikian pula dengan kerapatan neutron di daerah interior semakin berkurang dengan bertambahnya proton.

Sebagai fungsi jari-jari dari inti untuk nomor massa yang sama, pada daerah ekterior kerapatan proton (ρ_p) lebih besar dari pada kerapatan neutron (ρ_n).

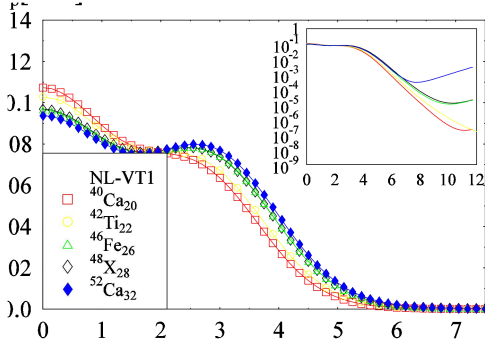


Gambar 5. Kerapatan Proton Isoton N=-20 dengan parameter NL-Z2

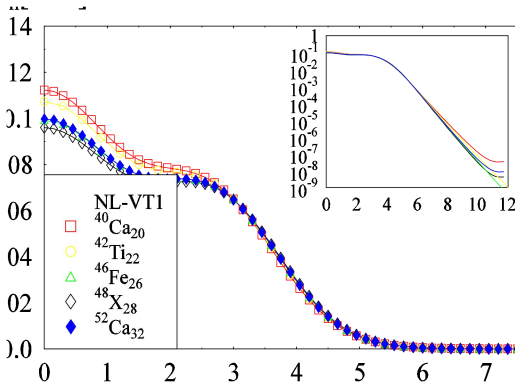


Gambar 6. Kerapatan Neutron Isoton N=-20 dengan parameter NL-Z2

Perbedaan parameter NL-Z2 dan NL-VT1 terletak juga pada hasil perhitungan kerapatan pada daerah interior, pada $R \approx 0$ dengan parameter set NL-VT1 kerapatan proton lebih kecil dibandingkan hasil dengan menggunakan parameter NL-Z2. Demikian pula kerapatan neutron dengan menggunakan parameter set NL-VT1 lebih kecil dibandingkan hasil dengan parameter NL-Z2.



Gambar 7. Kerapatan Proton Isoton N=-20 dengan parameter NL-VT1



Gambar 8. Kerapatan Neutron Isoton N=20 dengan parameter NL-VT1

Kenaikan kerapatan ini karena penambahan suku tensor pada parameter NL-VT1. Pada pusat inti terlihat dengan jelas, bahwa adanya suku tensor pada parameter NL-VT2 kerapatan akan mengecil dibandingkan dengan parameter NL-Z2.

C. Spektrum Energi Tingkat Energi Isotop

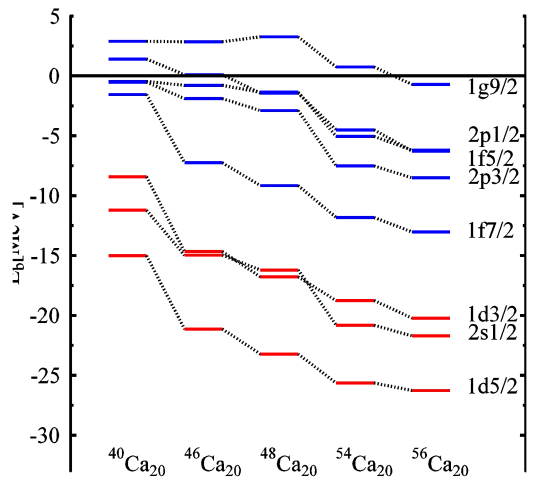
Pada gambar 9, ditunjukkan tingkat energi proton dengan parameter NL-Z2 pada daerah interior, yaitu orbital $1d_{5/2}$, $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$, dan $1f_{7/2}$, tampak bahwa tingkat energi proton pada orbital yang sama semakin turun dengan bertambahnya neutron, artinya tingkat energi inti semakin besar dengan bertambahnya neutron. Bertambahnya tingkat energi untuk proton adalah disebabkan interaksi p-n lebih kuat dari interaksi p-p akibat penambahan lebih banyak neutron. Kita ketahui bahwa keberadaan neutron dalam inti mengakibatkan menguatnya gaya atraktif. Sedangkan di daerah permukaan Fermi, yaitu orbital $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$, $2p_{3/2}$ efeknya adalah tingkat energi dari proton menjadi lemah ($E \approx 0$).

Tingkat energi neutron dengan menggunakan parameter NL-Z2 ditunjukkan pada gambar 10, sejalan dengan penambahan neutron, maka besarnya tingkat energi neutron di daerah interior cenderung tetap, hal ini terutama tampak pada orbital $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ dan $1f_{7/2}$. Ini artinya dengan penambahan neutron, tidak memberikan pengaruh yang besar terhadap nilai dari tingkat-tingkat energi neutron. Pada daerah eksterior dipermukaan

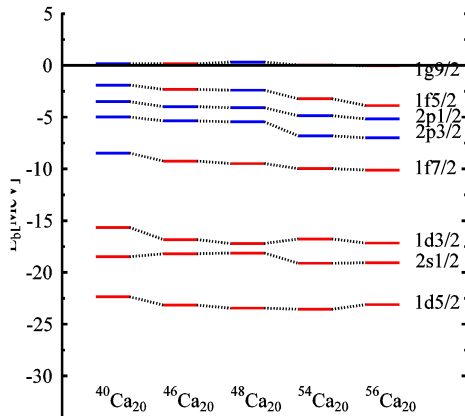
Fermi memiliki harga tingkat energi neutron yang lemah, yaitu sekitar 0 MeV sampai dengan -3 MeV, seperti dapat dilihat pada orbital $1g_{9/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{3/2}$, dan $2p_{1/2}$. Terlihat pula pada gambar 11 tingkat energi diatas kulit $1d_{3/2}$ pada isotop $^{40}_{20}\text{Ca}$ tidak terisi, demikian pula setelah kulit $1f_{7/2}$ isotop $^{48}_{20}\text{Ca}$ tingkat energinya tidak terisi. Hal ini yang dapat diprediksi inti isotop $^{40}_{20}\text{Ca}$, dan $^{48}_{20}\text{Ca}$ sebagai kulit tertutup (close shell).

Dengan menggunakan parameter set NL-VT1 pada gambar 11, pada permukaan Fermi dengan orbital $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, nilai tingkat energi proton tidak terisi. Sedangkan pada daerah interior tingkat energi cenderung turun dengan bertambahnya neutron, artinya tingkat energi proton (atraktif) di daerah interior semakin besar dengan bertambahnya neutron.

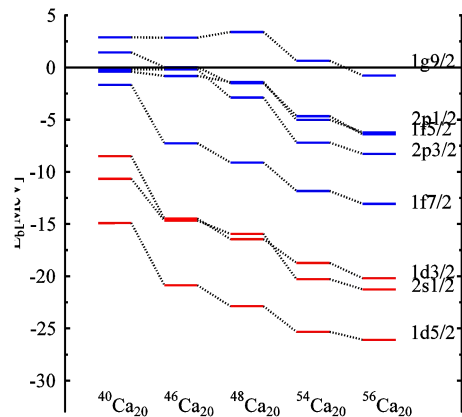
Tingkat energi neutron dengan parameter set NL-VT1, gambar 12, menunjukkan dengan penambahan neutron, tingkat energi cenderung tetap pada daerah interior. Sedangkan pada daerah eksterior dekat permukaan Fermi tingkat energi cenderung sedikit turun, artinya dengan penambahan neutron tingkat energi neutron di permukaan Fermi sedikit bertambah. Hal ini serupa juga diprediksi oleh model non-relativistik Skyrme Hartree-Fock (SHF)



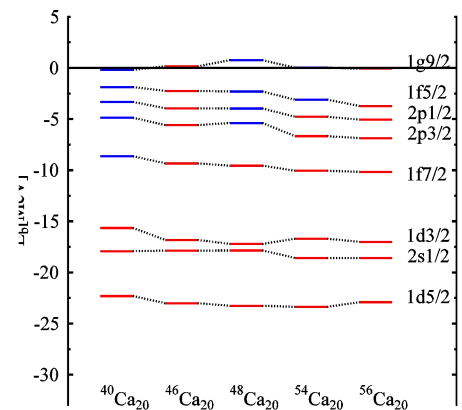
Gambar 9. Spektrum Energi Ikatan Proton pada Isotop Ca-20 dengan parameter NL-Z2



Gambar 10. Spektrum Energi Ikat Neutron pada Isotop Ca-20 dengan parameter NL-Z2



Gambar 11. Spektrum Energi Ikat Proton pada Isotop Ca-20 dengan parameter NL-VT1



Gambar 12. Spektrum Energi Ikat Neutron pada Isotop Ca-20 dengan parameter NL-VT1

V. KESIMPULAN

Kerapatan isotop Ca baik dengan menggunakan parameter set NL-Z2 maupun NL-VT1 diketahui bahwa, kerapatan proton dan neutron semakin kecil dari daerah interior ke daerah eksterior. Pada daerah interior dengan penambahan neutron kerapatan proton semakin rendah, demikian pula kerapatan neutron. Dengan skala logaritmik pada daerah sekitar interior baik kerapatan proton maupun neutron adalah konstan. Karena kerapatan proton pada daerah interior dan eksterior lebih kecil dari kerapatan neutron, maka kerapatan totalnya didominasi oleh kerapatan neutron.

Dengan penambahan proton dengan jumlah neutron tetap (isoton), pada parameter NL-Z2 di daerah permukaan diketahui bahwa kerapatan proton lebih besar dari kerapatan neutron, dan tidak dapat ditemui fenomena halo, ataupun neutron-skin.

Perbedaan hasil perhitungan kerapatan total dengan parameter NL-Z2 dan NL-VT1, yaitu adanya suku tensor kerapatan di daerah interior turun, demikian pula kerapatan di daerah permukaan Fermi (eksterior) semakin kecil.

Hasil perhitungan spektrum tingkat energi inti dengan penambahan neutron bahwa, tingkat-tingkat energi proton semakin bertambah pada daerah interior, baik itu dengan parameter NL-Z2 maupun NL-VT1. Pada daerah permukaan Fermi tingkat energi proton nilainya mengecil, sedangkan tingkat energi neutron di daerah eksterior cenderung konstan dengan bertambahnya neutron. Diketahui dengan adanya suku tensor pada parameter NL-VT1 mengakibatkan tingkat energinya relatif sedikit lebih rendah dibandingkan dengan parameter NL-Z2.

Dari tingkat energi neutron dapat diketahui inti $^{40}_{20}\text{Ca}$ dan $^{48}_{20}\text{Ca}$, merupakan kulit tertutup (close shell).

REFERENSI

- A. Sulaksono, T Mart, and Bahri, Phys. Rev. C71, 004312 (2005).
- Anto Sulaksono, Dissertation, Physik den Johan Wolfgang Goethe-Universitat, Frankfurt, (2001).
- Franz Gross, Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory, John Wiley and Sons, Inc (1993).
- J. Meng, H.Toki, J.Y. Zeng, S.Q. Zhang, and S.G. Zhou, Phys. Rev. C65, 041302 (2002).
- M. Rufa, P.G. Reinhard, M.R. Strayer, J.A. Mahrun, and W. Greiner, Phys.Rev. C38,(1987).
- N. Fukunishi, T. Otsuka, and I. Tanihata, Phys. Rev. C48,05562813(2003).
- P.D. Cottle and K.W. Kemper, Phys. Rev. C66, 061301(2002).
- S. Mizutori, J. Dobaczewski, G.A. Lalazissis, W. Nazarewicz, and P.G. Reinhard, arXiv:nucl-th/9911062v1(2004).
- S.A. Fayans, S.V. Tolokonnikov, and D. Zawischa, ArXiv:nucl-th/0009015,V1 (2002).
- Soojae Im and J. Meng, Phys. Rev. C61, 047302 (2000).
- W. Greiner and J.A. Mahrun, Nucl Models, Springer (1995).
- W. Poschl, D.Vretenar, G.A. Lalazissis and P. Ring, ArXic:Nucl-th/9709027, V1 (1999).